

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI HUNEDOARA
Test de antrenament pentru examenul de bacalaureat național 2022
Proba E. c)M_pedagogic

Test de antrenament 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Subiectul I

(30 puncte)

- | | |
|-----------|--|
| 5p | 1. Se consideră ecuația $x^2 + 5x + 7 = 0$, cu rădăcinile x_1 și x_2 . Să se arate că $x_1^2 + x_2^2 \in \mathbb{Z}$. |
| 5p | 2. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ o progresie aritmetică de rație 2 cu $a_3 + a_4 = 8$. Calculați suma primilor 35 de termeni ai progresiei aritmetice. |
| 5p | 3. Într-un patrulater ABCD se notează cu E și F mijloacele laturilor AD, respectiv BC. Arătați că $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$. |
| 5p | 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{\sqrt[3]{n} \mid n \in \mathbb{N}^*, n \leq 100\}$, acesta să fie număr rațional. |
| 5p | 5. În sistemul de coordonate xOy se consideră dreptele de ecuație $d_1: 3x - 4y + 1 = 0$, respectiv $d_2: x + y - 2 = 0$. Precizați valoarea de adevăr a propoziției: "Dreptele d_1 și d_2 sunt paralele". |
| 5p | 6. Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC, știind că $AB = 4, AC = 3$ și $\widehat{BAC} = 60^\circ$. |

Subiectul al II-lea

(30 puncte)

- | | |
|-----------|--|
| 5p | 1. Pe mulțimea numerelor întregi definim legile de compoziție $x \circ y = x + y - 3$, respectiv $x * y = xy - 3x - 3y + 12$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$. |
| 5p | a) Să se demonstreze că legea " $*$ " este asociativă. |
| 5p | b) Să se calculeze că $4 * 5 * 6$. |
| 5p | c) Determinați elementul neutru al legii de compoziție " $*$ ". |
| 5p | d) Să se arate că $x * (y \circ z) = (x * y) \circ (x * z)$, $(\forall)x, y, z \in \mathbb{Z}$. |
| 5p | e) Să se calculeze $4 * (2022 \circ 4)$. |
| 5p | f) Să se rezolve în mulțimea $\mathbb{Z}$ ecuația $\underbrace{x * x * \dots * x}_{\text{de 2022 ori}} = 2^{2022} + 3$. |

Subiectul al III-lea

(30 puncte)

- | | |
|-----------|--|
| 5p | 1. Fie sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x + ay = 1 \\ y + az = a, \\ z + x = 1 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$. |
| 5p | a) Pentru $a = \sqrt{3}$ calculați determinantul matricei sistemului. |
| 5p | b) Să se arate că $\det A \neq 0$, unde A este matricea asociată sistemului de ecuații liniare. |
| 5p | c) Să se arate că soluția sistemului este formată din termenii consecutivi ai unei progresii geometrice. |
| 5p | 2. Fie matricea $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ de forma $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Pentru $n \in \mathbb{N}^*$ notăm $B_n = A^n + A^{n+1} + A^{n+2}$. |
| 5p | a) Să se afle A^n pentru $n \in \mathbb{N}^*$. |
| 5p | b) Să se determine valorile lui a pentru care toate matricele $B_n, n \in \mathbb{N}^*$ sunt inversabile. |
| 5p | c) Să se găsească valorile lui a pentru care $\sum_{k=1}^n \det(B_k) = 0$. |